40

Nombre y Apellidos: Felix Lagarde Carnet: 05-38378

Universidad Simón Bolívar
Dpto. Electrónica y Circuitos
EC3514 - Robótica
Martes, 26 de Febrero de 2008.

PRIMER PARCIAL (40 %)

1. Cinemática Directa, Jacobiano y singularidades (22 ptos):

Se tiene un manipulador de N=3 grados de libertad (GDL) cuyos parámetros de Denavit-Hartenberg se encuentran resumidos en la Tabla 1. A partir de los mismos proceda a los siguiente:

- Haga un dibujo esquemático del robot donde se indiquen cada uno de los sistemas de coordenadas locales, así como se identifiquen los 3 grados de libertad (**4 ptos**). 4
- Calcule la cinemática directa utilizando Denavit-Hartenberg (**7 ptos**). 7
- Calcule la matriz del Jacobiano ($J(q)$) del manipulador (6xN) (**7 ptos**). 7
- Identifique las singularidades del robot(**4 ptos**). 4

A continuación se muestran los parámetros D-H correspondiente al robot:

Link	θ	d	a	α	
1	q_1	$+H_1$	$+L_1$	0	R
2	0	q_2	0	0	P
3	q_3	0	$+L_3$	0	R

(1)

... donde L_i y H_i son valores constantes conocidos.

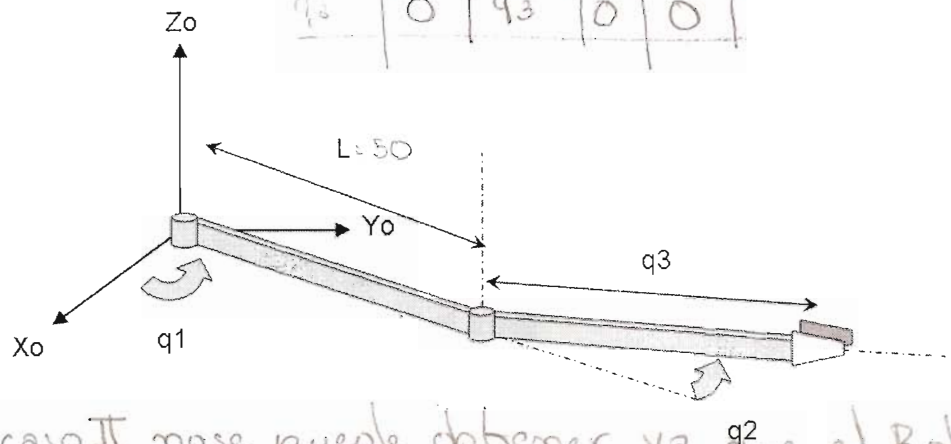
2. Cinemática Directa e Inversa (14 ptos):

En la Figura 2 se muestra la estructura de un robot de 3 GDL, de configuración RRP. Partiendo de la misma proceda a calcular lo siguiente:

- Dibuje los sistemas de coordenadas locales y calcule cada uno de los parámetros DH del robot (**3 ptos**). 3
- Calcule la Cinemática Directa del robot(**3 ptos**). 3
- Calcule la Cinemática Inversa del robot(**5 ptos**). 5
- Complete la Tabla 2 utilizando las restricciones allí indicadas. El valor de L es 50 cm (**3 ptos**). 3

	θ	d	a	α
q_1	q_1	0	L	0
q_2	q_2-90	0	0	$-90°$
q_3	0	q_3	0	0

$\cos(q_2-90) = \operatorname{Sen} q_2$:
$Cq_2 C90 + Sq_2 S90 = Sq_2$
$\operatorname{Sen}(q_2-90) = -\cos q_2$



* El caso II nose puede obtener ya que el Robot sólo se mueve en el plano XY. (Ver A_0^3).

Figura 1: Robot RRP

El caso III no se puede obtener ya que para que la pinza este Paralela a Yo ⇒ $q_1=90, q_2=0$ o $q_1=0, q_2=90°$ | En el primer caso no hay x, en el segundo no se puede obtener el xy.

x	y	z	q_1	q_2	q_3	Restricción
50	50	0	0	90°	50	Pinza perpendicular al eje X_0
0	50	50				Pinza perpendicular al eje Y_0
100	50	0				Pinza paralela al eje Y_0

(2)

→ No hay forma * El robot no se mueve en Z

Tampoco es posible ← con la restricción dada ($q_1=0$, $q_2=90$ ⇒ $x=50$)

3. Teoría: Jacobiano y Singularidades (4 ptos):

4

Describa como se calculan las singularidades de un manipulador, y diga porqué esos puntos son efectivamente singularidades.

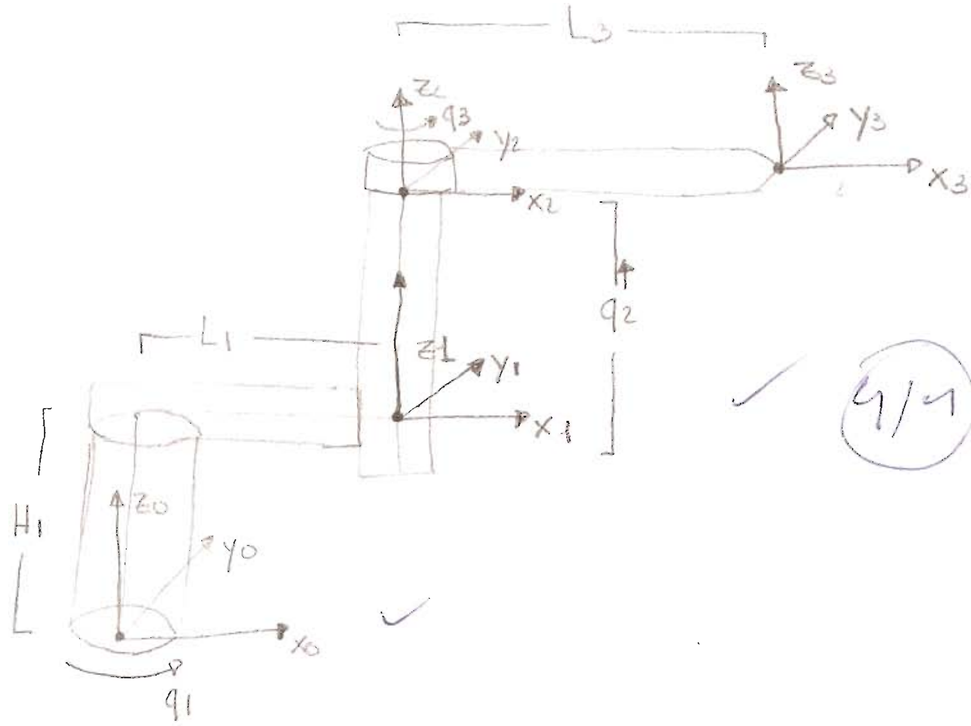
Para hallar las singularidades se debe calcular la matriz Jacobiana. Una vez calculada se le halla el determinante y se iguala a 0 (cero). Para los valores de q_1, q_2, q_n para los cuales se anula el determinante, se dice que son puntos singulares ya que no es posible Hallar las velocidades de cada articulación para una velocidad del elemento terminal dada

$$V = J(q)\dot{q}$$
$$\dot{q} = J^{-1}(q) V$$

Para los puntos donde $\det|J(q)| = 0$, $J^{-1}(q)$ no existe

En las singularidades, el robot puede alcanzar dicho punto de infinitas formas o puede que para mantener una trayectoria o velocidad cte $\dot{q}_i = \infty$, o puede que pierda movilidad en el espacio.

1-)



4/4

B- Cinemática directa

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & L_1C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & L_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & H_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_3C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & L_3S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_0^3 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & L_1C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & L_1S_1 \\ 0 & 0 & 1 & h_1+q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^3 = \begin{bmatrix} C_{13} & -S_{13} & 0 & L_1C_1 + L_3C_{13} \\ S_{13} & C_{13} & 0 & L_1S_1 + L_3S_{13} \\ 0 & 0 & 1 & H_1 + q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$C_{13} = \cos(q_1+q_3)$

$S_{13} = \operatorname{Sen}(q_1+q_3)$

- Matriz Jacobiana (Método Cinemático)

J_1 = Rotacional

$$J_1 = \begin{matrix} Z_0 \times (O_f - O_0)_{3x1} \\ Z_0 \end{matrix} \qquad \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ x_f & y_f & z_f \end{vmatrix} = x_f \hat{j} - y_f \hat{i}$$

$Z_0 = [0, 0, 1]$.

$$(O_f - O_0) = O_f = [\underbrace{L_1C_1 + L_3C_{13}}_{x_f}, \underbrace{L_1S_1 + L_3S_{13}}_{y_f}, \underbrace{H_1 + q_2}_{z_f}]$$

J_2 = Prismático

$$J_2 = \begin{matrix} Z_{1\,3x1} \\ [0]_{3x1} \end{matrix} \qquad Z_1 = [0, 0, 1]^T$$

J_3 = Rotacional

$$J_3 = \begin{matrix} Z_2 \times (O_f - O_2)_{3x1} \\ Z_2 \end{matrix} \qquad Z_2 \times (O_f \cdot O_2) = [-L_3S_{13}, L_3C_{13}, 0]^T$$

$Z_2 = [0, 0, 1]$

$$(O_f - O_2) = [\underbrace{L_3C_{13}}_{x_f}, \underbrace{L_3S_{13}}_{y_f}, \underbrace{0}_{z_f}]$$

$$J = \begin{bmatrix} -L_1S_1 - L_3S_{13} & 0 & -L_3S_{13} \\ L_1C_1 + L_3C_{13} & 0 & L_3C_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

* Singularidades

El Extremo final no puede ser orientado de ninguna forma a través de la variación de q_1, q_2 ó q_3, sin que ésto altere la posición

Singularidades con la matriz Jacobiana reducida

$$|J'| = \begin{vmatrix} -L_1 S_1 - L_3 S_{13} & 0 & -L_3 S_{13} \\ L_1 C_1 + L_3 C_{13} & 0 & L_3 C_{13} \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$-L_1 L_3 C_1 S_{13} - L_3^2 C_{13} S_{13} - [-L_3 L_1 C_{13} S_1 - L_3^2 S_{13} C_{13}] = 0$$

$$L_1 L_3 [C_{13} S_1 - C_1 S_{13}] = 0 \Rightarrow C_{13} S_1 = C_1 S_{13}$$

$$tg\, q_1 = tg(q_1 + q_3)$$

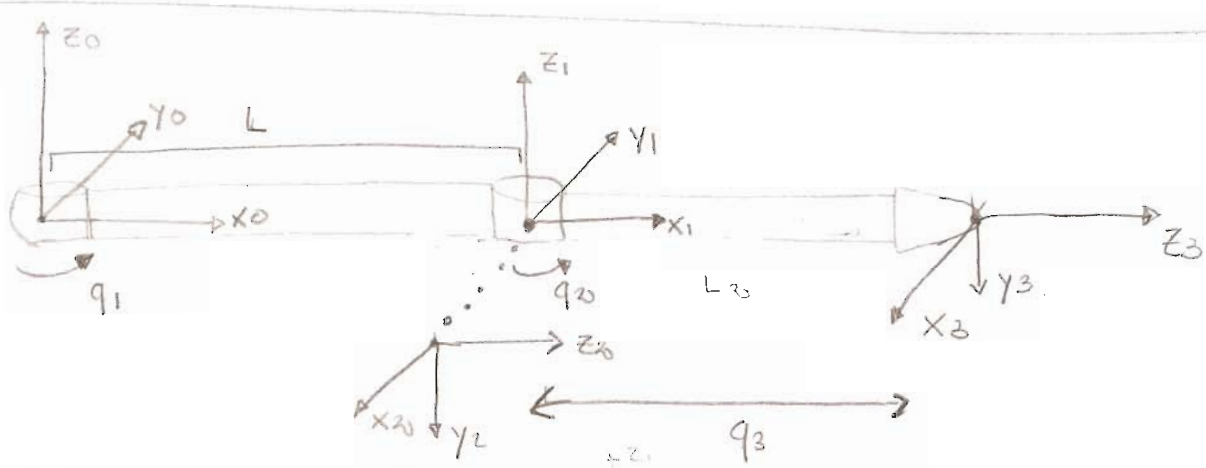
$$q_1 = q_1 + q_3 \Rightarrow q_3 = 0$$

Singularidades

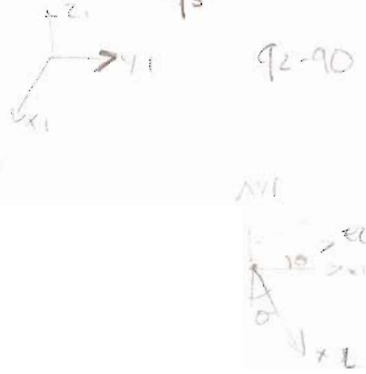
- $\underline{q_3 = 0}$,
- $\boxed{q_1 = q_3 = 0}$

---

3)



q_i	θ	d	a	α
q_1	q_1	0	L	0
q_2	q_2-90	0	0	$-90°$
q_3	0	q_3	0	0



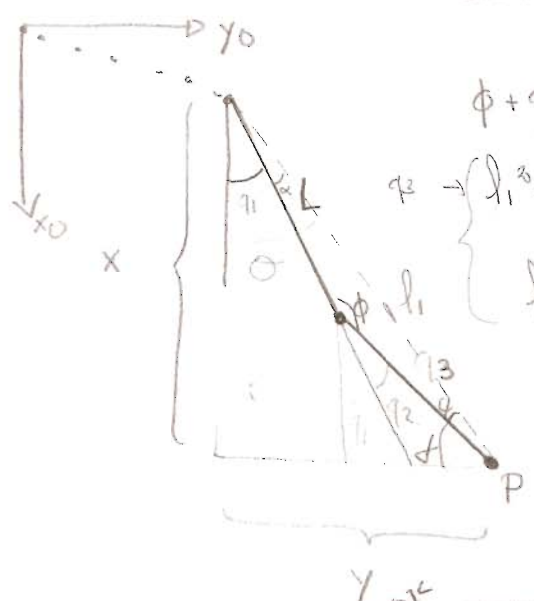
$$_0A^1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & LC_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & LS_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad _0A^2 = \begin{bmatrix} S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ -C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$_2A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad _0A^2 = \begin{bmatrix} S_{12} & 0 & C_{12} & LC_1 \\ -C_{12} & 0 & S_{12} & LS_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$_0A^3 = \begin{bmatrix} S_{12} & 0 & C_{12} & LC_1 + C_{12}q_3 \\ -C_{12} & 0 & S_{12} & LS_1 + S_{12}q_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.-) Cinemática Inversa

Conocido q_2, x, y. (y z)



$\phi + q_2 = 180°$ $\quad \cos\phi = \cos(180 - q_2)$

$\cos 180 \cos q_2 + \sin 180 \sin q_2$

$q_3 \to \begin{cases} l_1^2 = q_3^2 + L^2 - 2q_3 L \cos\phi \\ l_1^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$

$q_1 + q_2 + (x + \psi) = 90°$

$q_1 + q_2 + x = 90°$

$q_1 = 90 - (x + q_2)$

$\text{Sen}\, q_1 = \text{Cos}(x + q_2)$?

$\text{Sen}\, q_1 = \text{Cos}\, x \,\text{Cos}\, q_2 - \text{Sen}\, x \,\text{Sen}\, q_2$

$\text{Sen}\, q_1 = \frac{Y}{l_1} \cdot \text{Cos}\, q_2 - \frac{X}{l_1} \text{Sen}\, q_2$

*Cinematica Inversa

Conocido x, y, q_2

$x^2+y^2 = q_3^2 + L^2 + 2q_3 L \cos q_2 \rightarrow \pm q_3$ Dos configuraciones

$$q_1 = \operatorname{ArcSen}\left(\frac{y}{x^2+y^2}\cos q_2 - \frac{x}{x^2+y^2}\operatorname{Sen} q_2\right)$$